FONTI E DOCUMENTI

Lezioni di Maria Montessori

a cura di Benedetto Scoppola

1. Introduzione

Le lezioni che presentiamo in queste pagine fanno parte del XVI corso internazionale di formazione tenuto da Maria Montessori a Roma nel 1931.

Questo corso è l'ultimo che la Montessori tenne in Italia prima della guerra: dopo l'iniziale entusiasmo per i successi del suo metodo educativo, con l'avvento del fascismo la Montessori incontrò in patria incomprensioni e difficoltà sempre crescenti. Parte della gerarchia, tra cui lo stesso Gentile, la apprezzava e non le lesinava il suo sostegno, ma molti che avevano tentato di utilizzarne le idee in termini di propaganda nazionalistica si erano presto allontanati dal suo pensiero. Nel Metodo Montessori, infatti, a fianco dell'utilizzo di materiali di sviluppo molto direttivi, che permettevano ordine e disciplina nelle sue classi, si esprimeva la necessità che il bambino fosse libero di seguire la sua linea educativa e che l'educatore intervenisse del processo educativo solo per presentare le attività, che poi il bambino eseguiva in completa autonomia. Questa autonomia, questa disciplina ispirata da un atteggiamento interiore, naturalmente, non poteva piacere al regime fascista, che pochi anni dopo avrebbe allontanato definitivamente la Montessori.

In quel periodo, tra l'altro, la Dottoressa era molto attiva a livello internazionale: questo spiega perché alcune lezioni, a causa dei suoi impegni, fossero tenute dalle sue allieve più strette. È questo il caso della lezione 25 del 20 aprile, che presentiamo qui: la Montessori era quel giorno presso l'Università di Parigi, per tenere una conferenza dal titolo *Il compito preciso del nuovo maestro*.

«Annali di storia dell'educazione», 2011, *18*, pp. 413-434

Il testo che presentiamo è quello delle lezioni che riguardano l'insegnamento della matematica nella Casa dei Bambini, cioè per bambini tra i tre e i cinque anni. Questo testo ci è pervenuto grazie all'opera paziente di Flaminia Guidi, alla cui memoria è dedicato questo lavoro. La Guidi, che ha raccolto nella sua lunga vita molto materiale di grande valore, ha condiviso con generazioni di maestre montessoriane le idee che aveva imparato direttamente da Maria Montessori. Il testo di molte lezioni del corso del 1931 è conservato nella biblioteca a lei intitolata presso la scuola elementare di Via Lemonia di Roma, che ringraziamo per la sua collaborazione.

All'interno del corso del 1931, l'insieme delle lezioni riguardanti argomenti di tipo matematico è particolarmente interessante. Queste lezioni, infatti, testimoniano il notevole sforzo che la Montessori fece per organizzare il suo pensiero riguardo ad argomenti strettamente matematici. Questo sforzo culminerà, tre anni dopo questo ciclo di lezioni, con la pubblicazione di Psicoaritmetica e di Psicogeometria.

Il testo di queste lezioni ci permette dunque di ricostruire in modo molto vivo la genesi di queste due opere. Alcuni principi ispiratori del pensiero matematico montessoriano sono infatti illustrati esplicitamente nelle lezioni del '31, mentre sono utilizzati in modo organico ma non vengono enunciati, o vengono enunciati implicitamente, nelle opere posteriori. Vediamo di enumerare alcuni di questi principi.

1.1. L'insegnamento della matematica su basi storiche

L'idea di presentare la matematica ai bambini ispirandosi alle origini della matematica stessa, e dunque alla matematica greca, emerge con più chiarezza dalle lezioni che dalle successive opere a stampa.

Questa idea, infatti, appare chiaramente nei testi di Psicogeometria e Psiocoaritmetica, ma non viene mai espressa in modo esplicito, mentre nella lezione 31 del 5 maggio 1931 la Montessori afferma: "Fino a una certa epoca aritmetica e geometria procedevano unite, poi fu necessario dividerle. Ma la cosa più semplice e più chiara è l'origine delle cose: come ripeto sempre, il bambino deve avere l'origine delle cose perché l'origine è più chiara e più naturale per la sua mente. Noi dobbiamo solo trovare un materiale che renda l'origine accessibile".

1.2. Il legame aritmetica-geometria

Alla luce del brano appena citato risulta allora chiara l'importanza del legame tra l'aritmetica e la geometria che si incontra in questi materiale pre-elementari, e poi in tutto il resto della matematica montessoriana.

Per esempio, nella lezione 25, i numeri fino a 10 sono introdotti attraverso le aste, cioè attraverso la lunghezza dei segmenti, come negli Elementi di Euclide.

È poi straordinariamente chiaro, sempre nella lezione 25, come l'aspetto geometrico dei numeri, cioè il fatto di rappresentare i numeri su di una linea, venga dalla Montessori decisamente preferito a un aspetto più insiemistico. In questo si può senz'altro affermare che la Montessori prefigura le difficoltà percettive descritte da Piaget 20 anni dopo.

Annali 18:Layout 1 06/12/2011 16.57 Pagina 415

Un altro punto in cui emerge chiaramente il legame tra aritmetica e geometria, nella lezione 20, è quello in cui la necessità di contare viene ispirata anche da problemi geometrici, come quello del numero di lati dei poligoni regolari.

1.3. I materiali didattici

È anche chiaro per la Montessori che la matematica, in questa età così precoce, deve necessariamente passare per la manipolazione di materiali didattici per divenire qualcosa che attira l'interesse del bambino. E la "chiave pedagogica" di suscitare l'interesse del bambino è un altro dei motivi-guida di queste lezioni e dei libri posteriori.

1.4. Il vocabolario e l'appaiamento tra il concetto percettivo e il simbolo

Molto interessante, e forse più vivo in queste lezioni che nei libri posteriori, è il continuo richiamo alla necessità di fornire ai bambini il vocabolario opportuno, anche in una età in cui gli aspetti analitici che motivano il vocabolario sono al di là della loro portata: nella lezione 20, Montessori afferma «Noi non diamo nessuna descrizione delle figure, però diamo i nomi; i nomi di questi poligoni, di molti, si insegnano ai bambini: pentagono, esagono, ecc. Che strana cosa dire questi nomi senza dare dei concetti! Ebbene, è l'età in cui anche i nomi entrano nell'orecchio e fanno impressione; è un nome quello che il bambino accetta, e lo accetta con molto entusiasmo».

Anche l'utilizzo dei cartelli geometrici rappresenta in qualche senso l'idea di associare una rappresentazione simbolica al materiale che i bambini hanno manipolato.

L'appaiamento tra l'idea percettiva e il simbolo viene poi molto sottolineato anche nella lezione 25: la famosa rappresentazione dei numeri e delle lettere con la carta smerigliata rappresenta un ponte tra gli aspetti percettivi e manipolativi e gli aspetti simbolici.

È veramente straordinario ripercorrere questa lista di concetti che la Montessori presenta nelle sue lezioni alla luce delle scoperte più recenti delle neuroscienze. Raffinati test cognitivi e indagini dirette attraverso elettroencefalogramma e tomografia a emissione di positroni (PET), permettono oggi di individuare le rappresentazioni spontanee che il cervello costruisce per comprendere i concetti matematici, e le aree maggiormente utilizzate nella comprensione della matematica. Scopriamo allora che:

– Il cervello rappresenta spontaneamente i numeri su di una linea.

– L'area del cervello che percepisce le quantità approssimate coincide con l'area della percezione delle forme, ed è molto vicina all'area che sovraintende al movimento delle mani.

– L'area simbolico-linguistica, che ci permette di passare dalla matematica approssimata a quella esatta, è molto lontana dall'area percettiva, e in questo risiede la principale difficoltà della matematica: per essere compresa correttamente, la matematica richiede l'utilizzo contemporaneo di aree cerebrali lontane, e il cervello dei bambini spesso non è ancora coordinato nelle sue connessioni a lunga distanza. Questo comporta che la comprensione della matematica viene relegata soprattutto all'area simbolico linguistica, e l'uso e la manipolazione di simboli di cui si fatica a percepire il significato concreto porta poi all'insorgenza del cosiddetto *math panic*. La PET è in questo caso impressionante: durante attività di tipo matematico le persone che trattano la matematica senza problemi mostrano l'utilizzo parallelo dell'area simbolica e di quella percettiva, mentre chi ha problemi con la matematica utilizza solo l'area simbolica, con risultati molto peggiori.

Montessori, dunque, ispirandosi correttamente da un principio storico, «le origini sono la cosa più naturale», costruisce un percorso didattico straordinariamente coincidente con le indicazioni delle neuroscienze: una rete neurale capace di mettere in contatto aree del cervello lontane viene costruita partendo dalla manipolazione di oggetti in cui convivono aspetti geometrici e aritmetici, per arrivare in modo graduale e sempre legato ad aspetti manipolativi e percettivi alla costruzione di simboli e del vocabolario specifico. Questo evita l'insorgere del *math panic*, che è basato sull'abbandono dell'area percettiva nella comprensione dei concetti matematici.

Tutto questo mostra, al di là dell'indubbia bellezza dei testi che seguono, come il pensiero della Montessori sia straordinariamente vivo e moderno, e capace di suggerire, dopo ottanta anni, le strategie più corrette perché la scuola possa svegliare nei bambini l'interesse per il sapere, in tutte le sue forme.

2. Conferenza 20°, Roma 24 marzo 1931

Questo materiale sensoriale si riferisce al riconoscimento delle forme geometriche piane. Dato razionalmente un materiale ordinato, questo viene a rappresentare quasi uno studio di geometria.

I bambini hanno già tante impressioni e noi non dobbiamo fare altro che dare loro una guida per ordinarle e per averne ancora di più dall'ambiente.

Si può dire che la figura geometrica piuttosto che alla creazione naturale è legata al lavoro dell'uomo, e dappertutto si vedono queste forme geometriche.

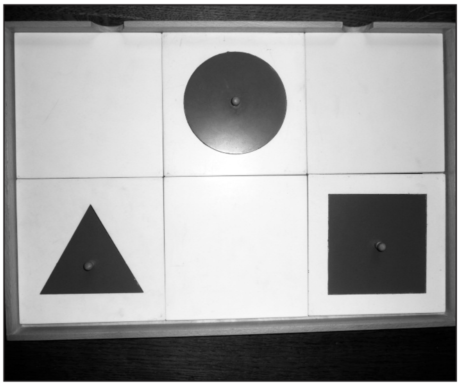
La gente dice: "a che serve far vedere ai bambini di quattro anni di età le figure geometriche? Volete che si interessino ad uno studio organizzato delle figure geometriche?".

Certamente, anche considerando le cose dal lato teorico, ci deve essere una simpatia tra la curiosità del bambino e l'opera dell'uomo, quando essa è più vicina a lui. Ma senza occuparci della teoria, possiamo essere sicuri che il bambino ha visto molte figure geometriche e le ha osservate con quella acutezza che gli è propria. Infatti dappertutto si vedono rettangoli, nei tavolini e nelle stanze, si vedono dei circoli nei piatti che si usano quando si pranza, e sono dei quadrati le salviette.

Il modo di preparare queste figure è quello di darle sotto forma di oggetti maneggevoli costruiti in modo da permettere degli spostamenti, cioè di togliere le figure dall'ordine in cui sono state date, mescolarle e poi rimetterle a posto. In altre parole, queste figure sono date in modo che il bambino possa muoversi in rapporto ad esse.

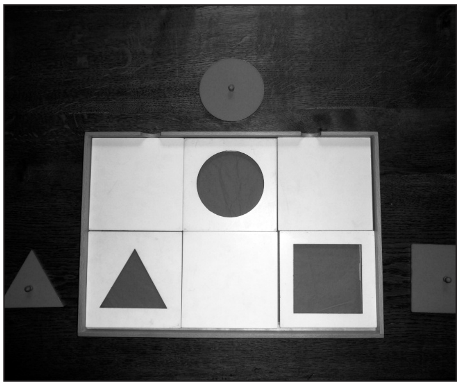
Sono dunque oggetti solidi, che hanno una faccia che rappresenta una figura geometrica, e ognuno di questi oggetti è chiuso in una cornice corrispondente; queste cornici messe le une accanto alle altre fanno apparire le varie forme geometriche, che all'inizio devono essere tra loro contrastanti.

Foto 1: il cassetto con quadrato, cerchio e triangolo equilatero



Per esempio in questo caso ci sono queste tre figure: un triangolo, un cerchio, un quadrato e le figure stesse si mettono sopra un fondo che è dello stesso colore delle figure; spostando questi oggetti si vedono apparire due figure uguali, in rapporto a ciascuna delle figure che c'erano prima;

Foto 2: il cassetto con quadrato, cerchio e triangolo equilatero rimossi dalla loro cornice e posti vicino

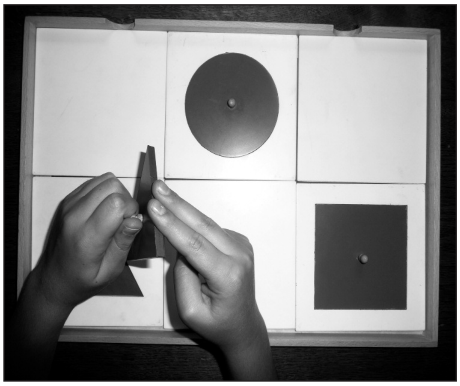


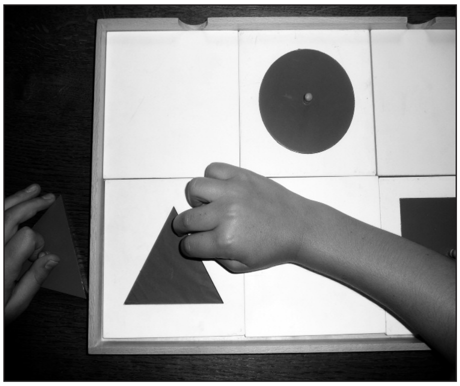
dopo sovrapponendole ritornano le tre primitive figure.

Questo è un esercizio che si può ripetere molte volte, e si vedono sempre raddoppiare queste figure, che poi tornano come prima.

È questo un esercizio nel quale accade di dover guardare queste figure spostandole e quindi il movimento è unito alla visione. Però questo non è il solo movimento che noi utilizziamo in questo esercizio; difatti uniamo a questo esercizio un altro movimento che richiede per essere eseguito una preparazione della mano e una maggiore finezza di osservazione. Il movimento che noi associamo in questo caso consiste nel toccare i contorni di queste figure con uno o due dita e toccare anche i contorni della cornice che accoglie ogni figura pure con uno o due dita.

Foto 3 e 4: una mano che tocca il contorno di una figura e poi la cornice





È molto importante il fatto che toccando il contorno di questi due oggetti che sono tanto diversi uno dall'altro, una piastrella e una cornice, si tocca qualcosa che è identico, cioè il contorno, in quanto la linea di contorno di questa cornice

Foto 5: la cornice del cerchio è appunto identica alla linea di contorno di questo circolo,

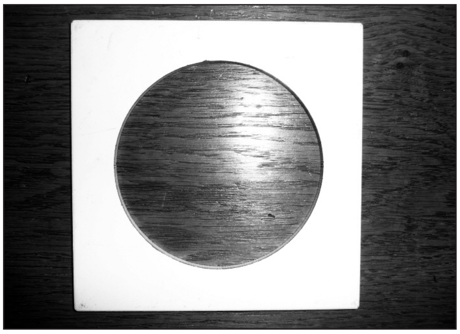
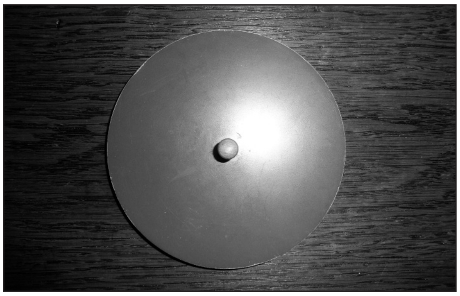
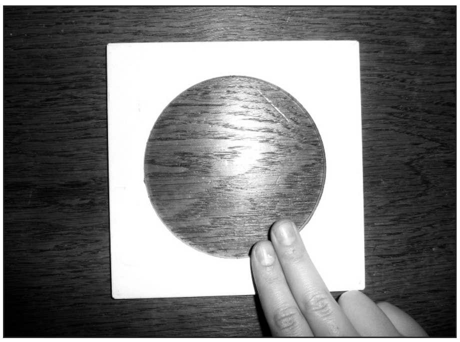


Foto 6: il cerchio



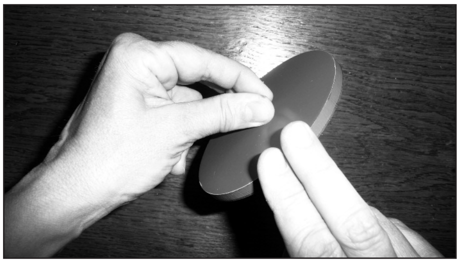
cosicché quando la mano gira attorno per toccare questo contorno qui

Foto 7: la cornice del cerchio con una mano che la tocca



compie la stessa linea che quando gira attorno a quest'altro.

Foto 8: il cerchio con una mano che lo tocca



E se si fa ad occhi chiusi, se si può richiamare l'attenzione sopra il movimento soltanto e sopra il fine contatto lineare del contorno con la mano, ad occhi chiusi si riesce ad avere l'impressione di fare la stessa cosa e lo stesso movimento e il senso muscolare può allora percepire in modo esatto quello che hanno in comune queste due figure, tanto che il bambino riesce a riconoscere più facilmente l'oggetto toccato che l'oggetto visto.

L'esercizio affina questa sensazione e a poco a poco, mentre la mano tocca ad occhi chiusi i contorni, viene fuori quasi un'astrazione, qualche cosa che non esiste altro che nella mano che ha toccato la cosa comune ai due oggetti, vale a dire il contorno puro.

È evidente come questo esercizio di toccare il contorno delle figure viene a poco a poco a fissare nella mano una abilità speciale a seguire un contorno geometrico preciso. La memorizzazione di questa sensazione è uno degli acquisti a cui appunto si vuol tendere, di modo che la mano del bambino è condotta, è costretta attorno a queste figure.

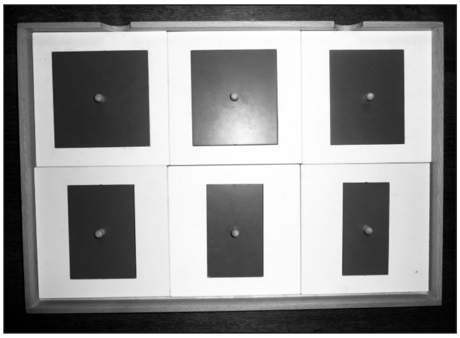
Allora l'esercizio si fa in questo modo: prima si tolgono le figure e si rimettono dentro. Poi, tolte le figure, si toccano i contorni delle figure levate e i contorni delle figure che devono contenerle; allora si riconoscono le due figure corrispondenti e si rimettono insieme.

L'occhio del bambino riconosce le figure senza bisogno di toccarle, e noi uniamo la visione al movimento.

Dopo questo primo materiale, che rappresenta l'appaiamento di figure contrastanti, c'è ancora una quantità di figure, che invece non rappresentano contrasti ma rassomiglianze.

Per esempio in questa cassettina ci sono delle figure quadrangolari, dal quadrato a un rettangolo molto allungato.

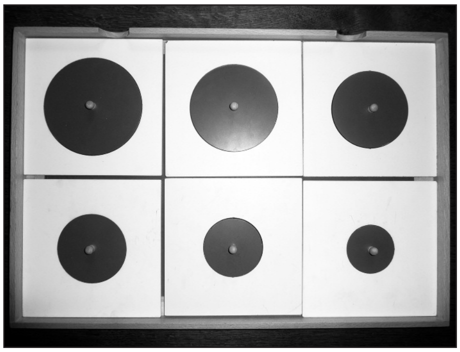
Foto 9: il cassetto con il quadrato e i rettangoli



Queste figure sono determinate nella misura, e specialmente nei rapporti reciproci di misura: così, per esempio, le due figure estreme, il quadrato e il rettangolo più fino, sono una metà dell'altra, e siccome il quadrato ha il lato di 10 cm, e ci sono sei figure, così avviene che si hanno questi rettangoli degradanti da un lato centimetro per centimetro, cioè un lato rimane sempre di 10 cm, e poi 9, 8, 7, 6, 5, vale a dire che l'ultimo è la metà del primo. È il fatto di avere le figure in rapporto di misura che renderà poi interessante la possibilità di comparare tra loro le figure.

Anche rispetto al cerchio ci sono sei circoli che si tolgono e hanno diametri sempre più piccoli;

Foto 10: il cassetto con i cerchi

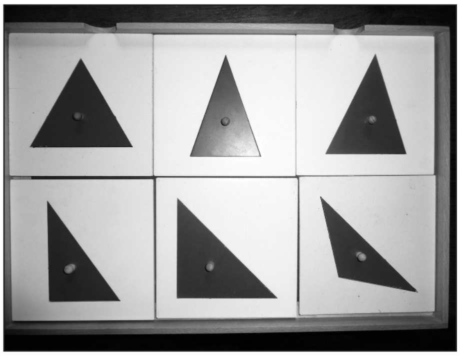


anche qui i diametri sono ben determinati: quello del primo circolo è di 10 cm, e l'ultimo è di 5 cm. È un rapporto che quantitativamente non è esatto, ma è così che si comporta la figura del circolo quando si diminuisce il diametro.

Il fatto di sovrapporre, di rimettere questi oggetti dentro le rispettive cornici, è un esercizio, perché il trovare per ogni circolo la propria cornice non è una cosa che succede sempre nel primo momento, ma richiede un esercizio, potendosi sbagliare l'occho e la mano; però ripetendo questo esercizio, presto diventa evidente la posizione delle varie figure.

Così c'è una serie di triangoli, nella quale si è cercato di mettere le varietà geometriche principali, il triangolo equilatero, il triangolo isoscele rettangolo, il triangolo scaleno rettangolo, ecc.

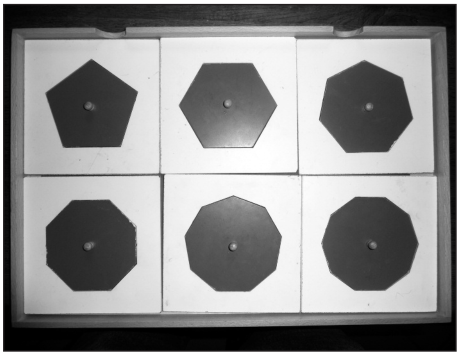
Foto 11: il cassetto con i triangoli



Tutte le varietà di triangolo che si studieranno in seguito sono così già esistite davanti agli occhi e alla mano del piccolissimo bambino di quattro anni di età. Tutte queste varietà, per il fatto che il bambino continua e continua a toccarle con tanta passione, dato che questa è l'età in cui ogni esercizio motore concentra l'attenzione, tutte queste figure sono rimaste a far parte della mente del bambino, e sono rimaste nella memoria muscolare del braccio che si muoveva e nell'occhio, di modo che tante varietà come queste esistono poi come immagini nella mente del bambino.

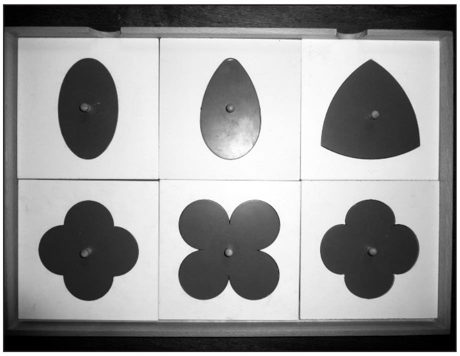
In questo altro insieme si vedono dei poligoni, da quello di cinque lati a quelli di sei, sette, otto nove e dieci lati; questi poligoni sono fatti in modo che ciascuno di essi è inscritto in un cerchio grande che ha 10 cm di diametro.

Foto 12: il cassetto con i poligoni



Poi ci sono altre figure varie, per esempio queste.

Foto 13: il cassetto con le figure con lati curvilinei

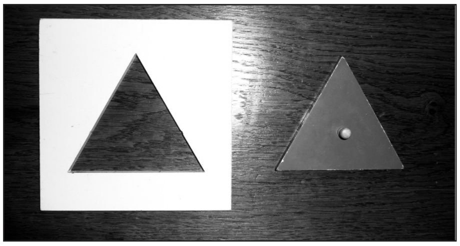


Ebbene, noi abbiamo visto con questo materiale, come con altri materiali preparati per il bambino, qualche cosa che è abbastanza completo, esatto e ordinato in rapporto alle figure piane che si possono vedere nell'ambiente. Il fatto di dare al piccolo bambino tutto questo, vale a dire ogni varietà di figura, in rapporto di dimensione l'una con l'altra, tutta questa esattezza, si potrebbe domandare a che scopo è data; perché ci affanniamo a dare al piccolo bambino di quattro anni di età questa serie di poligoni, e quella gradazione di rettangoli? Perché cerchiamo anche le corrispondenze di dimensioni di una figura con le altre e vogliamo che queste siano inscritte in quei circoli?

È perché noi dobbiamo dare un aiuto fondamentale in quest'età. L'importanza grandissima che ha il dare al bambino un materiale così concepito, si comprende meglio osservando il bambino e poi pensando all'avvenire che si prepara per lui, e a ciò che noi diamo con questo materiale. Infatti noi diamo al bambino che si trova in un periodo sensitivo la possibilità di assumere queste cognizioni in un modo inusitato, affidandole con abbandono al campo sensoriale.

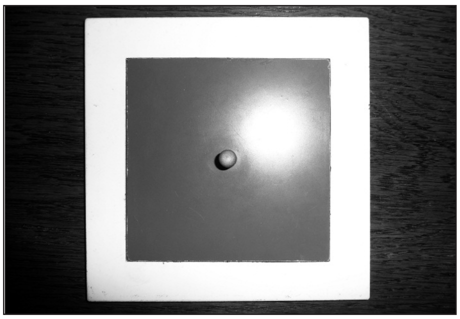
Difatti non diciamo mai al bambino che le osserva come sono fatte queste figure, per esempio che questo triangolo ha tre lati uguali,

Foto 14: il triangolo equilatero



e non gli diciamo nemmeno di osservare che ha tre lati, e che questo quadrato ha quattro lati uguali,

Foto 15: il quadrato



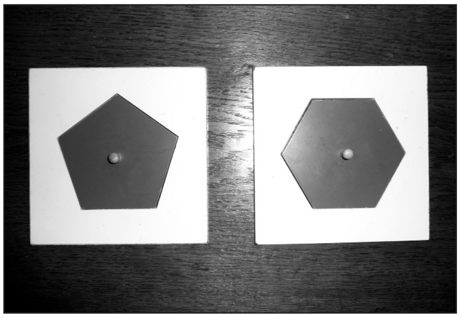
anche perché il bambino potrebbe anche non saper contare. E tanto più quando gli diamo un poligono di sette o di otto lati, non glieli diamo in quanto il bambino conti, ma perché li osservi e li trattenga sensorialmente con abbandono, senza che nessuna preoccupazione lo adombri, perché quando il bambino si trova in un periodo sensoriale e motore non è nel periodo ragionativo e non si interessa affatto a ragionare sopra queste figure. Anzi credo che è il modo di darle che fa sì che il bambino debba in genere compiere qualche cosa di geometrico molto più tardi che i nostri bambini. Sempre si è pensato: a che scopo dovrebbe il bambino studiare queste figure se poi non sa niente di esse, se non sa che un triangolo ha tre lati, che il quadrato ha gli angoli retti e ne ha quattro; e se il bambino non sa nulla di questo, perché dargliele con questi lati, allora, e con questa esattezza?

Perché noi sappiamo con la nostra esperienza, offerta dai bambini stessi, che esiste un'epoca di fondamentale importanza per la coltura mentale, in cui molte conoscenze possono penetrare per i sensi e il movimento nel modo più efficace e si memorizzano in una maniera mirabile, di modo che permangono poi nella mente fatta un poco più adulta e quando viene il momento di ragionare sopra queste figure, esse vengono già a far parte della mentalità, come fossero una conoscenza innata.

Se noi fossimo delle persone che credono in modo rigoroso alla eredità delle attitudini mentali, noi potremmo credere che ci sono dei bambini, figli di geometri per esempio, che hanno avuto il padre geometra, il nonno, il bisnonno geometri, che nascono con una intelligenza specialissima per capire le cose geometriche e per interessarsi ad esse, di modo che sono piccoli genietti innati, perché hanno l'ereditarietà geometrica. Se ci fossero persone che credono questo potrebbero considerare invece di questo un altro fatto, che è la penetrazione nel periodo sensoriale di immagini, a cui è sottoposto il bambino figlio di geometra, che fa sì che la mente del bambino, quando è cresciuto, possiede queste immagini e rimane un interesse vitale e una grande chiarezza di intendimento. Ecco perché sono interessanti queste figure e anche perché è interessante darle unicamente per queste vie sensoriali e motrici. Ma bisogna darle.

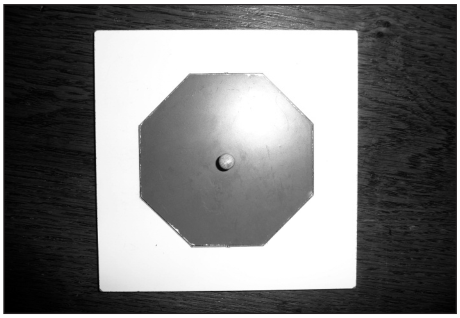
È certo che si possono riconoscere, per esempio, la forma del pentagono e dell'esagono

Foto 16: il pentagono e l'esagono



senza contare i lati: noi siamo molto abituati a vedere queste figure e le sappiamo riconoscere a prima vista; e se possiamo riconoscere queste figure a prima vista, si possono riconoscere anche le altre. L'ottagono, per esempio,

Foto 17: l'ottagono



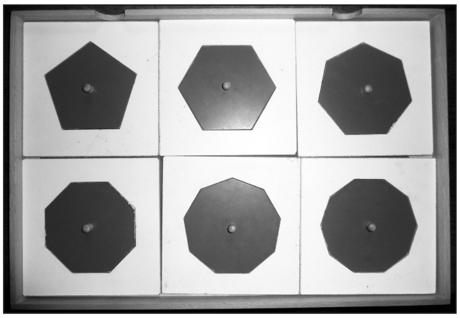
è una delle figure più chiaramente riconoscibili: il bambino deve riconoscere a vista queste figure.

Il lavoro che il bambino di quattro anni di età può fare con questi oggetti è abbastanza pesante, chi oserebbe di pretenderlo?

È un lavoro complicato, un lavoro di pazienza, di osservazione, di attenzione molto fine; è difficile, è lungo. Ripeto, quale maestra avrebbe mai osato di preparare questo materiale per un bambino di quattro anni, se il bambino non si fosse mostrato tale da invitarla a prepararlo per lui?

Dopo aver fatto un lavoro di questo genere il bambino di nuovo tira fuori questi oggetti e ricomincia da capo e lo fa molte volte di seguito. Che cosa ci fa vedere questo? La ripetizione dell'esercizio ci fa vedere che il bambino ha non solo la possibilità, ma il bisogno di fare alcuni esercizi che servono al suo sviluppo, ha bisogno di molti esercizi di pazienza, ha bisogno di qualche cosa di estremamente esatto che lo conduca. È di questo che il bambino ha bisogno, perché tutto il resto lo trova, trova tutto tranne la possibilità di fare un lavoro serio, esatto e paziente; eppure è di questo che ha bisogno il piccolo bambino, cosicché noi gli diamo qui una palestra nella quale si esercitano le sue energie più profonde di costruzione; facendo questo il bambino ci rivela i suoi bisogni intimi, cosicché gli esercizi qui presentati non rappresentano una folle tirannia, ma un'obbedienza a una rivelazione infantile. Ed è strano osservare che i piccoli bambini si interessano più che a tutte le altre figure a queste poligonali,

Foto 18: i poligoni



le quali sembrerebbero la cosa meno interessante, tanto più se noi non veniamo a contare i lati, ad osservare gli angoli, a studiare le figure.

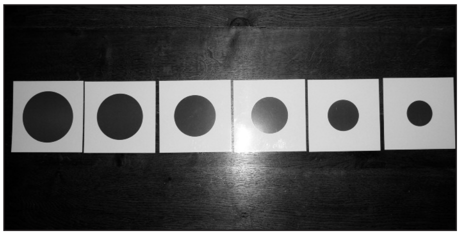
Noi non diamo nessuna descrizione delle figure, però diamo i nomi; i nomi di questi poligoni, di molti, si insegnano ai bambini: pentagono, esagono, ecc. Che strana cosa dire questi nomi senza dare dei concetti! Ebbene, è l'età in cui anche i nomi entrano nell'orecchio e fanno impressione; è un nome quello che il bambino accetta, e lo accetta con molto entusiasmo, tanto che il bambino che riconosce queste figure dà l'impressione, per la sua età, di essere precoce. Però quando gli si va a chiedere: "Dimmi, dunque, quanti lati ha il triangolo?". Oh, lati, che cosa vuol dire?! Il bambino non lo sa, e anzi rimane meravigliato da una domanda che non comprende. Colui che fa la domanda chiede una cosa che si riferisce ad una epoca futura: il bambino in questo presente è beato di prendere le immagini sensorialmente. Allora perché deve essere una cosa fuori di ogni utilità educativa il prendere una impressione educativa, senza che il ragionamento relativo l'accompagni? È come imparare un nome senza saperne il significato e l'etimologia. Noi parliamo nella vita usando parole di cui non conosciamo l'origine, l'etimologia, e vediamo tante cose che non sappiamo affatto analizzare. Pure, viviamo di certe analisi: diciamo che un tale è un geometra, per esempio, perché si è interessato di un dettaglio, ma prima ha vissuto di altre cose, come fanno gli altri.

Tutte le cose che ci fanno felici nella vita noi le sorvoliamo così, senza saperne l'origine, nè come sono costituite, nè perché è venuta fuori quella tale parola e saremmo assai stupefatti se sapessimo da quale cosa viene la parola giardino, pane, casa, da quale concetto, da quale uso nella preistoria. Ma noi siamo contenti di avere il giardino, la casa, il pane, noi viviamo e siamo felici perché abbiamo queste cose e saremmo infelici se non le avessimo.

Sarebbe ben crudele se per avere un giardino, la casa, il pane, dovessimo studiare la preistoria e l'etimologia delle parole. Ecco perché io dico che bisogna che noi ci spogliamo di molti pregiudizi e di molti preconcetti, per metterci piuttosto al seguito della rivelazione infantile.

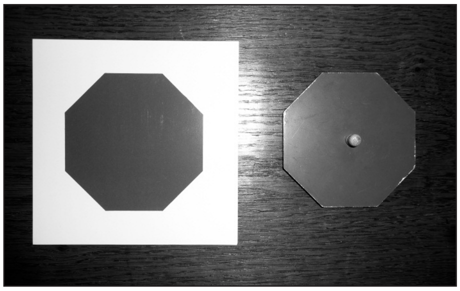
Unito a questo materiale ci sono tanti cartelli che riproducono le medesime figure identicamente, secondo la forma e le dimensioni. Qui si tratta di un disegno soltanto, si tratta di disegni che riproducono tutte le figure.

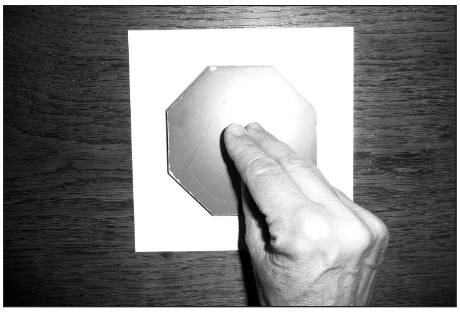
Foto 19: i cartelli pieni



Sovrapporre un oggetto, questo oggetto di legno a questa figura,

Foto 20 e 21: un cartello con una figura vicino (ottagono) e poi con la figura sovrapposta

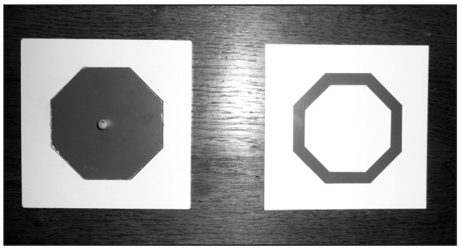




richiede un'attenzione speciale, perché mentre nella cornice non potrebbe entrare un oggetto se non vi è corrispondenza esatta tra esso e la cornice, si potrebbe invece mettere facilmente un esagono sopra un ottagono. È per questo che tutte queste figure significano un progresso più avanzato dell'esercizio, che consiste nel sovrapporre queste piastrelle a delle semplici figure disegnate.

Un altro esercizio consiste nel poter trovare la corrispondenza tra queste piastrelle e il contorno delineato così, in un modo abbastanza grosso che si potrebbe paragonare al cammino che fa il dito toccando tutto attorno;

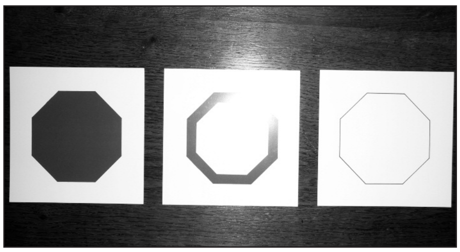
Foto 22: i cartelli con il contorno grosso



riconoscere le figure delineate così è più difficile che riconoscere le figure piene. Anche l'appaiamento di questi cartoncini corrispondenti è una difficoltà successiva.

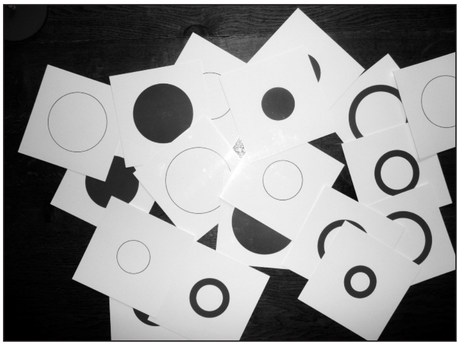
Infine ci sono dei cartoni che riproducono le stesse figure con una sola linea che rappresenta i contorni: riconoscere queste figure è un passo ancora più avanzato.

Foto 23: i cartelli con il contorno fino



Allora, se noi spargiamo sul suolo queste figure tutte mescolate, queste si potrebbero chiamare un test mentale, relativo ad un bambino di quattro anni, della capacità mentale geometrica.

Foto 24: i cartelli su un tavolo mescolati



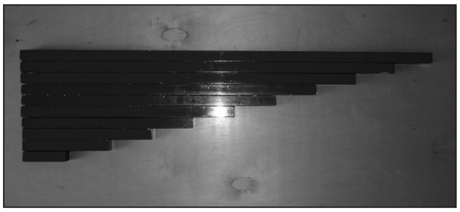
Ecco, tutto l'esercizio consiste nel trovare le cose uguali, simili, e nel prendere poi con ripetuti esercizi la capacità fine della mano di poter seguire tutti questi contorni esattamente, in maniera che tutte quelle linee che si vedono lì tracciate rappresentano il cammino della mano del piccolo bambino, la quale è ben preparata a poter compiere un disegno delimitato nel contorno; e difatti questo studio della geometria, se così si può chiamare, è in realtà la più diretta e efficace preparazione della mente a poter scrivere, in quanto che, quando si comincia a scrivere, che cosa si fa se non saper condurre in modo preciso la mano lungo un disegno?

La mano di un bambino che ha tanto e tanto lavorato intorno a queste figure è la mano di un bambino che ha finito un periodo, e entra in un periodo di cultura nel quale potrà applicare tutta questa formazione di esercizi interiori.

3. Conferenza 25°, Roma 20 aprile 1931

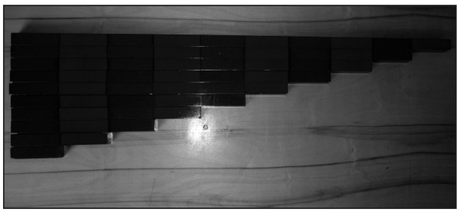
Quando il bambino lavorava con le aste della lunghezza,

Foto1: le aste della lunghezza



i cui estremi erano stati esattamente messi in rapporto, egli veniva a conoscere l'idea della grandezza. È inutile ripetere qui gli esercizi che si fanno con questo materiale, ma spero che sia chiara questa base preparatoria. Dunque il bambino ha l'idea chiara della lunghezza, della quantità, e pensando al concetto aritmetico sembra che non sia altro lavoro che quello di dare un nome alle quantità misurate. Eccoci allora a quest'altra serie di materiale, composta di dieci aste esattamente uguali a quelle che servono per l'esercizio sensoriale della grandezze, con la differenza che qui i colori si succedono di decimetro in decimetro, dividendo così le aste in una serie di colori.

Foto 2: le aste numeriche

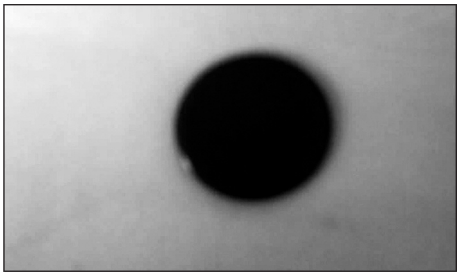


Così c'è l'asta di un decimetro, poi quella di due, ed ogni decimetro di un colore; la terza asta di tre decimetri, ma anche tutti i colori alternati, fino all'ultimo che è lungo un metro, e tutte hanno i colori alternati di decimetro in decimetro.

L'esercizio che il bambino fa con queste aste è molto semplice e l'ha eseguito molte e molte volte. Si tratta sempre di scomporre e di ricomporre le scale. Si ha una grande facilitazione per il fatto che i colori alternatisi guidano l'esercizio, in modo che si hanno strisce di colore uguali; c'è però una cosa nuova, ed è il numero, non solamente la grandezza sensoriale, ma il numero in se stesso, il numero e la numerazione.

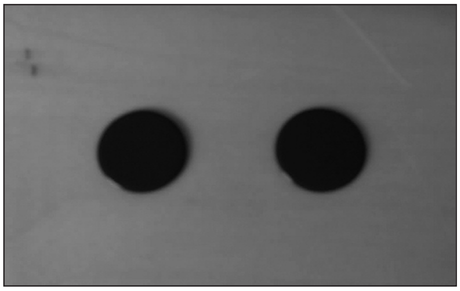
Che cosa vuol dire contare? Vuol dire sommare per uno nella serie delle varie unità, quindi 1,2,3 .. cioè aggiungere sempre uno. Ora questo è il concetto che le maestre nella sua difficoltà non si pongono; solitamente come viene insegnato a contare? Vengono date le unità separate, e si dice che l'una è 1, l'altra è 2, e così via. Ma se io do un dischetto e dico che è 1,

Foto 3: un dischetto



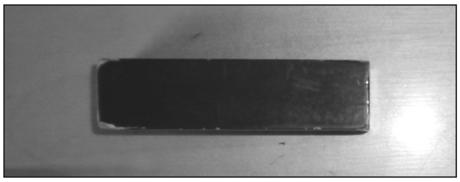
poi ne do un'altro e dico questo è 2,

Foto 4: due dischetti



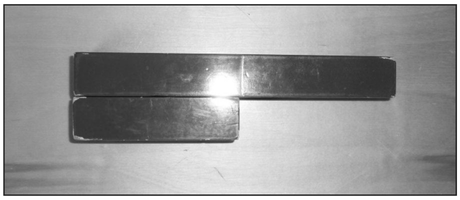
ambedue i dischetti sono 1, e la mente del bambino ha sempre da fare una gran fatica per superare questa difficoltà, per capire cioè l'unione delle unità. Questo è un lavoro mentale difficile ed il primo che la mente del bambino non può superare facilmente; è il primo ostacolo per cui tutta l'aritmetica diventa noiosa e fuori della natura del bambino. Invece noi diamo l'asta di un colore, che chiamo 1,

Foto 5: l'asta dell'1



poi una con due colori, e questa la possiamo chiamare 2 perché c'è una grandezza diversa dalla prima;

Foto 6: l'asta dell'1 con l'asta del 2

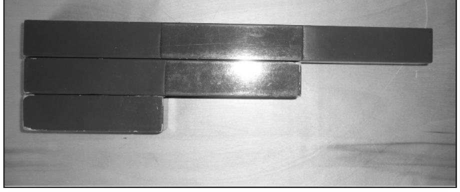


e le due aste non solo sono due cose diverse, ma sono anche in rapporto l'una con l'altra, la seconda è in rapporto esatto alla prima; dunque si tratta di un rapporto con l'unità, però d'un oggetto che in se stesso è differente, più grande, e quindi può prendere un numero nuovo. Perciò si vede qui non solamente la progressione, ma l'unione delle unità.

In quanto poi al fatto di penetrare nel concetto matematico del rapporto, questo concetto è anche facilitato dall'alternarsi dei colori che dimostrano esattamente il rapporto nel quale stanno le quantità. Al bambino che ha già una preparazione sensoriale molto decisa e delineata possiamo insegnare questo concetto con grande chiarezza e facilità.

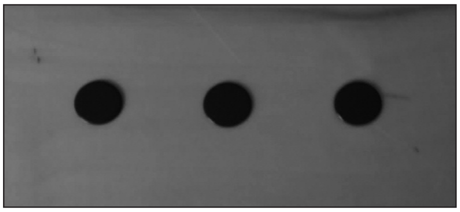
Poi si dà l'asta dei tre colori,

Foto 7: le aste dell'1, del 2 e del 3



e che questa è di tre colori vuol dire che è un oggetto differente dai precedenti, crescente nelle dimensioni, nel quale però è visibile il rapporto con i precedenti, ed è sempre visibile il rapporto con l'unità. Qui è evidente il concetto di contare, cioè progredire per uno, giacché è evidente che aggiungo sempre uno. Se invece ho oggetti separati, la sintesi risulta sempre più difficile; come posso dire che l'insieme di questi tre cerchietti è tre?

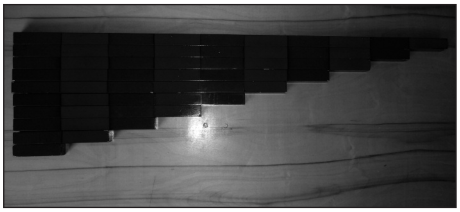
Foto 8: tre cerchietti



Essi sono 1, 1, 1. Con le aste invece la progressione rimane fissa ed evidente.

E così per tutta la progressione dei primi dieci numeri. A noi interessa fino a 9, ma c'è qui il 10 come limite, che ha una funzione importante nella numerazione.

Foto 9: di nuovo le aste fino al 10



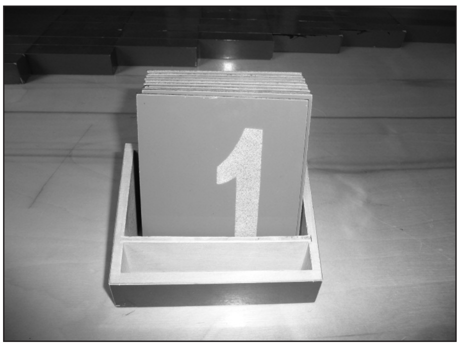
Dunque l'idea del numero come qualcosa che dà il nome alle quantità, l'idea della numerazione come progressione di uno, qui è esatta e chiara perché quando le aste sono nella loro esatta situazione si vede la progressione di unità in unità e si vede altrettanto esattamente il rapporto dell'1 col 2 e del 2 col 3, ecc., si ritrova l'1 nel 2, il 2 nel 3 ecc.

Così si insegnano i numeri ai bambini e si insegnano come facendo un piccolo passo in avanti rispetto a quello che il bambino ha fatto lavorando con le aste d'un sol colore. Spero di aver reso chiara l'importanza del fatto che le quantità sono inscindibili per la mente del bambino che le deve prendere, cioè che il bambino capisca che il 5 per esempio, è una quantità in se stessa e che poi è suddivisa nelle unità che lo formano. Si presentano così i numeri come parole.

Osservando le difficoltà che ci sono nella numerazione, tutte le difficoltà si hanno per i primi nove numeri, nei quali c'è la parola numerica da imparare, parola che poi si associa molto bene in avanti; c'è poi il concetto di quantità ed il simbolo da imparare. Ma avendo a disposizione le prime nove cifre si possono scrivere tutti i tesori dell'universo. Mi riferisco qui a quello che diceva la Dottoressa, e tante volte invece le difficoltà sono nel primo momento ed in seguito subentra una grande semplificazione; infatti nell'aritmetica le difficoltà stanno all'inizio, e chiarito questo tutto procede facilmente. Intanto unitamente alla parola numerica bisogna imparare il simbolo e le cifre; la cifra è un segno simbolico che noi abbiamo fissato, e come insegnarlo al bambino? Come unire all'idea di numero che il bambino ha acquistato, l'idea di simbolo?

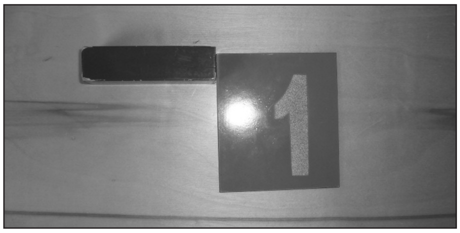
Noi lo facciamo molto semplicemente, seguendo un insegnamento simile a quello dell'alfabeto, cioè, trattandosi di qualcosa che poi verrà riprodotta nella sua forma, allora diamo le cifre ritagliate su carta smerigliata e attaccate su cartoncini lisci, in modo che per mezzo del tatto e della vista la mente del bambino prende questo segno e ne ricorda la forma.

Foto 10: le cifre smerigliate



Allora dopo aver insegnato al bambino i numeri fino al 10, si può associare il simbolo, dando le cifre scritte che abbiamo detto, e dicendone il numero corrispondente; allora il bambino capisce, per esempio, che invece di dire la parola UNO, può scrivere 1 e che se presenta la cifra 1 è come se dicesse UNO. Dunque il bambino impara toccando, quindi appoggia nell'esercizio la cifra imparata sulla quantità corrispondente, in modo che rimanga chiara l'unione delle cifre (il simbolo) alla quantità numerica corrispondente.

Foto 11: l'asta dell'1
con la cifra smerigliata accanto



Loro conoscono la lezione dei tre tempi, che noi sempre usiamo, essendo il modo naturale e più semplice per l'apprendimento. Si chiama dei tre tempi, perché in un primo tempo c'è la presentazione della cosa che si vuole insegnare al bambino, per esempio presento due cifre e dico che questa è 1 , e l'altra è 2, e le presento nel modo più solenne (senza esagerare) e attraente e facile per il bambino; poi la maestra ripete le volte che crede necessario la parola che ha insegnato: e questa è la presentazione. Nel secondo tempo, che è quello che ha più importanza per l'apprendimento, la maestra si rende conto se il bambino ha capito l'idea, e domanda quale è 1 e quale è 2; se il bambino ha capito glielo porge; e più volte ripete la maestra e domanda: "Dammi 1, dammi 2, qual è 1, qual è 2" , in modo che in questo secondo tempo l'idea invade la coscienza del bambino. Finalmente nel terzo tempo, che è estraneo alla conoscenza e più necessario alla maestra che al bambino, la maestra si rende conto che il bambino ha imparato questa parola, e domanda: " Come si chiama questo?", e se il bambino ha capito ripeterà: "Questo è 1, questo è 2".

Così si insegnano al bambino tutte le cifre e facendole mettere sulle quantità corrispondenti,

Foto 12: le dieci aste
con le cifre smerigliate accanto

viene a fissarsi non solo l'idea della progressione numerica in se stessa, ma viene a fissarsi nel tempo stesso l'idea del numero cardinale ed ordinale, perché nell'ordine in cui sono poste, il bambino può capire che la prima asta è 1, la seconda è il numero 2, ecc. ed allora questi concetti si integrano in se stessi. E mentre si viene a fissare il concetto esatto di progressione numerica, con l'esercizio detto si viene anche ad apprendere il numero scritto. Allora ad esercizio compiuto si avrà la disposizione: 1, 2, 3, 4... 9, finché arriviamo al 10, il quale si scrive con due cartellini, giacché per scrivere 10 occorrono due cifre separate. Perché si prendano due cartellini separati lo vedremo più avanti. Questo 10, cardine d'un nuovo gruppo, è formato di 1 e di uno 0 che occupa il posto del gruppo precedente o non fa che occupare i posti mancanti. Il 10 è il primo numero d'un gruppo successivo, e l'uno che in esso compare è diverso da quello del gruppo precedente e deve essere spostato.

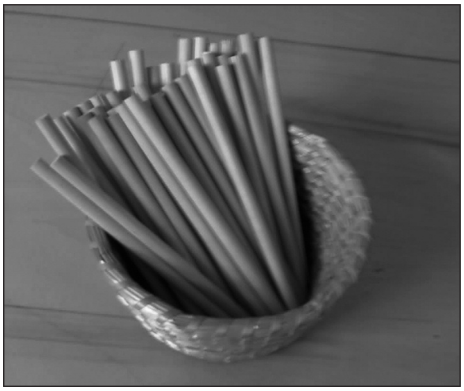
Così abbiamo presentato le prime nove cifre ed il 10. La presentazione più naturale che possa esserci, perché il materiale è già noto ed è usato sull'idea di grandezza che il bambino aveva già, e poi questo materiale è scientificamente esatto perché ogni numero sta in uno stesso rapporto col precedente. Loro osserveranno che realmente in natura non ci sono queste quantità unite quando si tratta di numeri. Ma certo il fatto di separare le unità è un lavoro facile, una volta che il bambino ha chiaro il concetto.

Passiamo allora al secondo tempo di questa presentazione. Abbiamo qui due scatole che si chiamano "casellari (perché contengono tante caselle) dei fusi", perché le caselle contengono dei fusi; le caselle portano sopra scritte le cifre che sono già state presentate, dallo 0 al 9.

Foto 13: i casellari vuoti

Qui c'è di nuovo lo 0... grandezza, come quantità nulla, bisognerà però dire al bambino cosa è lo 0, e sarà molto facile dire al bambino cosa vuol dire niente (e se leggono nei libri della Dottoressa trovano nella lezione dello 0 un modo per far capire che lo 0 è niente, l'assenza assoluta delle cose). Oltre le caselle ci sono poi i fusi in quantità esatta per riempire tutte le caselle.

Foto 14: i 45 fusi



La maestra deve sempre presentare il materiale esatto, affinché nulla avanzi e nulla manchi, ed il materiale sia rispondente allo scopo.

L'esercizio consiste in questo. Bisogna mettere nelle caselle le quantità di fusi corrispondenti alle cifre scritte sopra. Mentre nell'esercizio delle aste ci sono delle grandezze stabilite sulle quali bisogna mettere le cifre, qui ci sono le cifre e bisogna mettere le quantità. Anche questo serve per fissare bene il concetto di numerazione; anche prima il concetto di numerazione come progressione era chiaro, però bastava togliere un'asta ed era finita la progressione; nelle caselle invece la progressione è inamovibile. Questo secondo esercizio il bambino che l'ha capito lo trova facilissimo, e mette nelle caselle semplicemente questo quantitativo: un fuso, due fusi,tre fusi ecc. Però per ripetere l'idea (tanto fondamentale per il lavoro del bambino) che nelle varie grandezze le unità, pur essendo chiaramente visibili singolarmente, sono unite, facciamo legare in un fascio i fusi di ogni casella, perché così il bambino vede che sono unità che nella loro unione riformano le grandezze che aveva visto prima, sotto altra forma.

Foto 14a: i fusi in ciascuna casella legati con il nastro

Il fatto di legare i fusi è un lavoro periferico per il bambino; il bambino che si è esercitato con i telai delle allacciature trova questo facile e piacevole; per noi no, perché vorremo subito conoscere queste cose, ma il bambino ha nel suo lavoro mentale un ritmo pacifico ed eseguisce volentieri ogni dettaglio e ripensa alle sue grandezze mentre le sta legando. Così a poco a poco si legano i fusi e si riempie il casellario come prima.

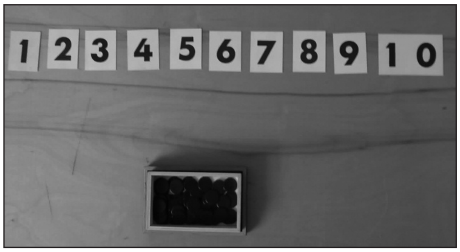
Questi fusi devono essere quarantacinque, perché la somma dei numeri da 1 a 9 è quarantacinque. In questo c'è il controllo dell'errore: ammettiamo infatti che il bambino abbia messo 9 nella casella dell'8, egli se ne accorge quando lega il fascetto del 9, perché i fusi non gli bastano.

C'è adesso un terzo esercizio. Nel primo esercizio avevamo il materiale esattamente misurato, sul quale bisognava porre i cartellini corrispondenti; nel materiale del secondo esercizio ci sono dei numeri e bisogna mettere le quantità corrispondenti. Adesso abbiamo una scatola, dove stanno dei numeri mescolati come carte da gioco, dall'1 al 10, e poi degli oggetti completamente spostabili.

Foto 15: cartelli dei numeri e gettoni

Mentre nei due esercizi precedenti c'era fissa una cosa e spostabile l'altra, ora sono ambedue spostabili, quindi bisogna costruire tutto. Bisogna intanto mettere nella esatta successione numerica le cifre che qui sono completamente spostabili e mescolate, e quindi occorre che il bambino conosca la successone numerica (ed a questo punto infatti la conosce bene); allora il bambino ricerca i cartellini con i numeri e li ordina.

Foto 16: cartelli dei numeri ordinati e i 55 gettoni accanto ancora tutti insieme



Ora bisogna mettere le quantità corrispondenti a ciascun numero, e qui viene fuori un altro concetto; metto un cerchietto sotto la cifra 1,

Foto 17: un gettone sotto l'1 due sotto il 2,

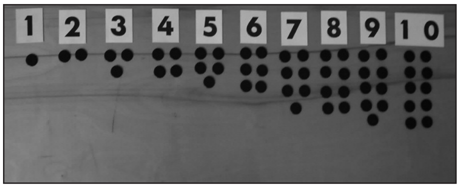
Foto 18: un gettone sotto l'1, due sotto il 2

tre sotto il 3,

Foto 19: un gettone sotto l'1, due sotto il 2, tre sotto il 3

ma questi tre cerchietti non li metto l'uno dietro l'altro, invece ne metto due sopra e uno sotto, a coppie; e così per il 4 metto una coppia sopra e una sotto ecc.

Foto 20: l'esercizio completato



Anche questi cerchietti occorre che siano contati, perché nel numero esatto è il controllo dell'errore. Abbiamo dunque una disposizione nuova, perché queste quantità non sono messo in modo qualsiasi, ma in un ordine speciale, a coppie; con questa disposizione si potranno intanto distinguere certi numeri da certi altri, cioè i numeri in cui le coppie si verificano esattamente da quelli in cui le coppie non sono complete, cioè si distinguono i numeri pari dai dispari. Come lavoro materiale è facilissimo, e che cosa è più divertente per il bambino che mettere a posto queste quantità a coppie? non c'è alcuna difficoltà. In corrispondenza alla distinzione dei due gruppi di numeri viene poi il fatto di insegnare queste due parole: numeri pari e numeri dispari. Sono parole nuove e quindi il bambino le prenderà con piacere. In quanto al concetto di numeri pari o dispari, si lascia che il bambino ripeta da sé l'esercizio. Dando in dono queste due parole si viene a precisare l'esercizio, l'esperienza stessa. Essi si possono dare nel modo uguale che usiamo per insegnare le parole: semplicemente si fa notare che i numeri pari hanno le coppie intere e gli altri no; poi naturalmente far ripetere come al solito: «Fammi vedere un numero pari, un numero dispari, un dispari, un pari...».

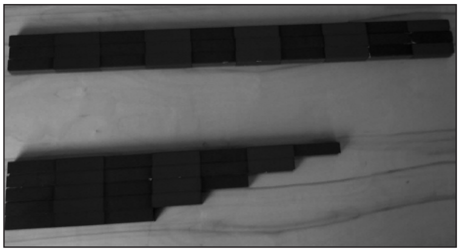
E così abbiamo dato tutti gli insegnamenti possibili per i primi nove numeri, ed abbiamo dato con ciò un grande aiuto al bambino. Per dare i primi nove numeri siamo ricorsi a tre esercizi diversi: alla presentazione dei numeri per mezzo delle scale delle aste che danno esattamente il concetto di grandezza, poi alle caselle ed infine a questo ordine nuovo delle cose. Ci siamo dunque rivolti a tre esercizi speciali, differenti l'uno dall'altro, però ben determinati. E certo dando con questi esercizi i primi nove numeri abbiamo dato molto, perché le maggiori difficoltà stanno nel principio. Infatti qui c'è la difficoltà di conoscere le grandezze ed impararne il segno numerico, c'è la difficoltà di associare le unità separate al segno numerico, e imparare le parole esatte della successione. In seguito queste difficoltà vengono eliminate ma in principio ci sono tutte, quindi diamo ogni aiuto. In se stessi questi tre esercizi rappresentano proprio il modo di penetrare del bambino, rappresentano in se stessi la lezione dei tre tempi. Primo tempo: presentazione della cosa; ed il primo tempo l'abbiamo proprio con le aste, con le quali presentiamo la grandezza dei numeri. Nel secondo tempo abbiamo le caselle, con le quali si ha il riconoscimento delle grandezze, cioè il bambino riconosce le grandezze e dà le quantità relative ad esse; quindi in se stesso il secondo esercizio rappresenta il secondo tempo della conoscenza del numero. Infine nel terzo esercizio c'è la riproduzione. Quindi questi tre esercizi sono esattamente determinati secondo il modo di capire da parte del bambino e tutti e tre insieme rappresentano la lezione dei tre tempi. Essi rappresentano proprio il lavoro naturale mentale che il bambino fa per apprendere: presentazione, riconoscimento e riproduzione nel terzo tempo, perché qui tutto è mescolato insieme.

Passiamo ad un altro esercizio. Se spostiamo le aste delle lunghezze in un modo speciale, ben delineato, questo spostamento dà una scoperta numerica molto interessante. Avvicino la prima asta all'ultima; ottengo un 10,

Foto 21: le aste con il 10 da un'altra parte e sotto il 9 e l'1 messe consecutive

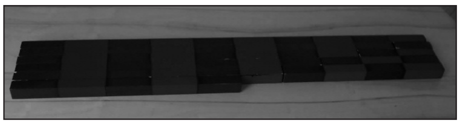
cioè un'asta lunga quanto quella del 10; poi quella del 2 vicino a quella dell'8 dà 10,

Foto 22: 10, 9-1 e 8-2 consecutive



quella del 3 vicino a quella del 7 dà 10, e quella del 4 vicina a quella del 6 dà ancora 10;

Foto 23: tutte consecutive fino al 5

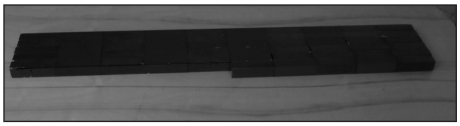


arrivata all'asta del 5 posso fare un lavoro di astrazione: ripiegare su se stessa l'asta del 5,

Foto 24: le mani che rivoltano l'asta del 5, con tutte le altre aste

fare 5 due volte,

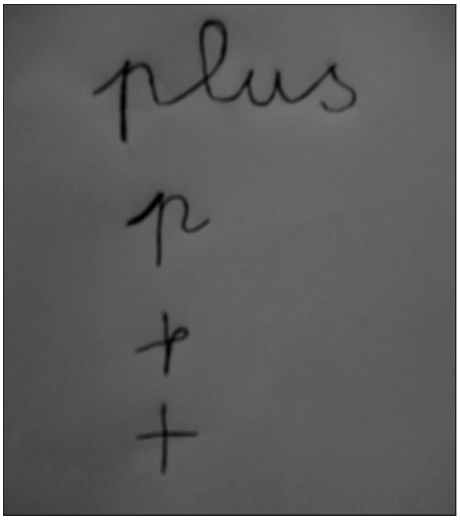
Foto 25: il 5 nella posizione rivoltata, con tutte e altre aste



ed allora ottengo ancora 10. Allora abbiamo 9+1=10, 8+2=10, 7+3=10, 6+4=10; poi 5 due volte cioè 5+5 è ancora 10. Viene così l'idea della somma, che è chiaramente determinata, perché i due oggetti sono veramente esistenti, cioè esiste un oggetto che rappresenta il 9 ed uno che rappresenta l'1, e insieme danno un altro oggetto veramente uguale a quello che prima abbiamo insegnato come 10. Dunque il bambino può anche scrivere quello che eseguisce; sono cioè delle constatazioni interessanti che possono anche essere numericamente scritte.

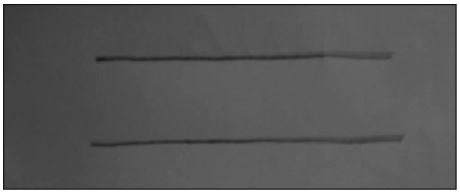
Dobbiamo intanto insegnare + ed =, e lo possiamo insegnare in un modo tanto carino. Come è nato il segno del "più"? Una volta si scriveva la parola intera plus, poi la sola p, poi la p sempre più in fretta, finché ne è venuta una crocetta.

Foto 26: la scritta plus, poi la p, poi la p scritta veloce e poi la crocetta



Per dare l'idea di "uguale" che cosa c'è di più uguale di due linee che sono parallele e che sono della stessa lunghezza?

Foto 27: il segno uguale, scritto grande

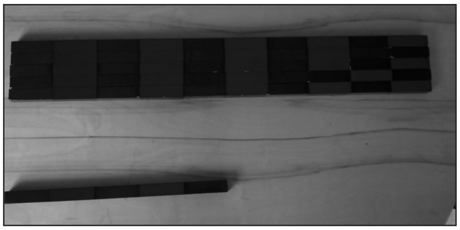


Ed allora ecco il segno =. Così abbiamo ora tutti gli elementi, queste prime due cose che date così interessano molto il bambino. E possiamo ora veramente scrivere

9+1=10
8+2=10
7+3=10
6+4=10
5+5=10

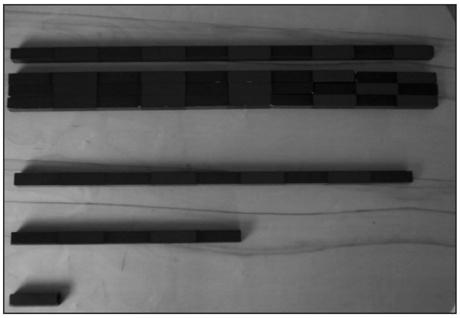
Dopo che il bambino ha più volte scritto queste operazioni ed ha fatto le cose molto in ordine, si rimettono a posto gli oggetti. Il 5 viene rimesso subito al proprio posto,

Foto 28: le aste a coppie e il 5 in un'altro posto



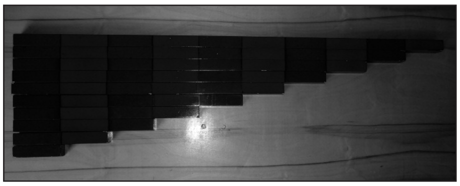
ed ogni 10 viene diviso nelle due parti che lo compongono, viene quindi l'idea di separare le cose giacché il 10 viene scomposto in 9 ed 1,

Foto 29: da una parte il 5, e sopra il 9 e sotto l'1



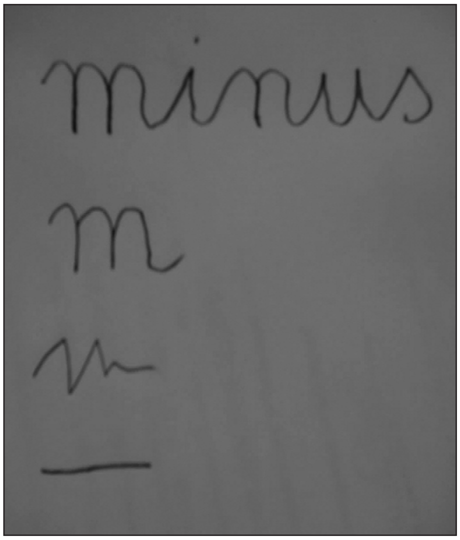
in 8 e 2, in 7 e 3, in 6 e 4.

Foto 30: le aste di nuovo a posto



Dunque abbiamo 9 se togliamo 1 da 10, 8 se togliamo 2, ecc., cioè abbiamo 10-1=9, 10-2=8, ecc. C'è allora questa cosa da insegnare, ed intanto diamo la parola ed il segno -, prima si scriveva la parola intera, poi m, poi m sempre più in fretta finché è venuta una sola lineetta orizzontale.

Foto 31: la scritta minus, poi la m, poi la m scritta veloce e poi la lineetta



Così abbiamo insegnato al bambino a spostare gli oggetti in maniera ben determinata, e mostrato che con le aste della lunghezza si possono formare tanti 10.

Infine niente impedisce che questi oggetti si uniscano nel modo diverso, ed allora comincia un esercizio animato da parte del bambino, che si avvia verso un lavoro di calcolo più avanzato.