

In queste pagine presentiamo i primissimi Materiali descritti da Maria Montessori nel suo libro "Psicoaritmetica", pubblicato in Spagnolo dall'editore Araluce nel 1934. Il testo è pubblicato con l'autorizzazione della "Montessori-Pierson Publishing Company" che è proprietaria dei diritti. Il libro, come è noto, è stato già pubblicato in Italiano nel 1971, con la curatela di Camillo Grazzini. La Montessori-Pierson Publishing Company ha però deciso di ripubblicarlo in Inglese sulla base del testo originale di Maria Montessori. Di questo testo, curato da Benedetto Scoppola e Kay Baker, sarà presto disponibile la traduzione Italiana, corredata dalle illustrazioni eseguite da Miep Van de Manakker. È interessante notare le piccole differenze tra il testo originale di Montessori e la versione di Grazzini. Quest'ultima ha molto ispirato la formazione, sia in Italia che nel resto del mondo, negli ultimi cinquant'anni. In queste pagine originali di Montessori, per esempio, sembra di capire che i simboli che vengono accoppiati alle aste sono quelli delle cifre smerigliate, e dunque non compare il simbolo del 10. L'asta del 10 viene quindi presentata tramite il suo nome, ma non viene accoppiata a un simbolo. Anche nel materiale dei fusi e in quello dei cartelli (i cui nomi, fuselli e marchette, sono entrati nel gergo montessoriano ma non sono contenuti nel testo originale) gli oggetti da collocare in corrispondenza delle cifre sono sempre 45, e dunque arrivano alla cifra del 9. Sembra che Montessori voglia lasciare la scoperta del simbolo 10 all'attività successiva, che è la rappresentazione del nostro sistema di numerazione attraverso il materiale del sistema decimale.

Da Psicoaritmetica, edizione Araluce, 1934

RIASSUNTO DEL PERIODO PRE-ELEMENTARE

Per l'apprendimento dell'aritmetica, il primo materiale che si presenta ai bambini è una serie di dieci aste a forma di prismi retti aventi la sezione quadrata di quattro centimetri. La prima asta — che rappresenta l'uno — misura dieci centimetri di lunghezza; nelle successive, essa cresce gradualmente di dieci in dieci centimetri, fino a raggiungere il metro con la decima asta.

Le lunghezze multiple di dieci centimetri si distinguono nelle aste più lunghe dalla successione alternata di due differenti colori. L'uno soltanto è di un unico colore, uno dei due impiegati per caratterizzare la serie. Per esempio: l'uno sarà blu; nella seconda asta le due sezioni, di dieci centimetri ciascuna, saranno l'una blu l'altra rossa; nella terza asta agli estremi avremo due sezioni blu e una rossa nel mezzo. In tal modo, tutte le aste possono iniziare con

la parte blu e così si ottiene anche che i colori delle differenti unità che compongono ciascun intero risultano chiaramente differenziati nella loro successione.

Un simile materiale, non però contrassegnato da due distinti colori, ma dove tutte le aste risultavano di uno stesso colore, venne a lungo usato dai bambini in un periodo precedente, quando effettuavano esercizi per l'educazione sensoriale (del senso visivo alle grandezze). I piccoli si erano abituati a distinguere a prima vista le differenti lunghezze delle aste, ponendone una accanto ad un'altra e verificando, in tal maniera, che la lunghezza aumenta in modo uniforme. I bambini che effettuavano tali esercizi sensoriali avevano tre anni di età. I più grandi, invece, che cominciano ad usare il sistema aritmetico, hanno già quattro anni e mezzo al minimo, sanno scrivere o, per lo meno, conoscono le lettere dell'alfabeto e compongono parole. I bambini di quest'età, nell'ambito della famiglia, hanno contato o sentito numerare. Dicono a caso il nome dei grandi numeri, cento o mille che sia, senza, però, che nella mente abbiano un'idea chiara delle corrispondenti quantità. In cambio, essi percepiscono chiaramente la corrispondenza per i numeri piccoli, perché sanno di avere un naso, due mani, cinque dita per ciascuna mano, ecc. Molte volte avranno chiesto tre caramelle invece di due, sapendo perfettamente ciò che quella richiesta significava.

Con le aste numeriche che raggiungono il limite massimo del dieci non si pretende di rivelare qualcosa, ma soltanto di ordinare e precisare concetti vaghi e acquisiti casualmente. E per ordinare queste idee numeriche si ricorre a uno strumento che fu già utilizzato nel precedente periodo degli esercizi sensoriali. Basta introdurre il bambino, con semplicità, perché egli rapidamente si interessi al sistema numerico. In ciascuna asta si può contare la somma delle unità che vanno succedendosi l'una all'altra fino alla sezione terminale dell'asta, cominciando da :

uno.
uno, due.
uno, due, tre.
uno, due, tre, quattro.
uno, due, tre, quattro, cinque.
uno, due, tre, quattro, cinque, sei.
uno, due, tre, quattro, cinque, sei, sette.
uno, due, tre, quattro, cinque, sei, sette, otto.

uno, due, tre, quattro, cinque, sei, sette, otto, nove.

uno, due, tre, quattro, cinque, sei, sette, otto, nove, dieci

L'ultima parola che si pronuncia ogni volta si riferisce alla somma delle unita contenute nell'asta e indica il totale. Questa parola può convertirsi nel numero che indica l'asta: l'asta del cinque, quella del sette, ecc. o semplicemente il cinque, il sette e così via. In tal modo, abbiamo diversi nomi, in relazione ad aste di differente lunghezza. Le aste rappresentano quantità che hanno un nome. Il fatto di disporre, in relazione al nome del numero, della corrispondente quantità in forma rigida e definita, facilita la comprensione dei concetti di unita e delle reciproche relazioni fra quantità differenti, così come la relazione fra queste e l'unità. In effetti, le aste collocate in gradazione non servono soltanto per contare, ma mostrano il rapporto fra le varie quantità indicate dai numeri e il loro posto reciproco, in relazione alla quantità considerata. L'uno è la prima asta e il dieci è l'ultima; il tre occupa il terzo posto e sta fra il due e il quattro, ecc. Sono, dunque le relazioni tra gli elementi, e non solamente il contare, che rendono il sistema interessante

Per fissare bene questo quadro di fondamentale importanza, dobbiamo unire al suo insegnamento la conoscenza dei simboli numerici e porre questi ultimi in relazione con le quantità. C'è, per questo, un materiale analogo a quello usato per insegnare le lettere dell'alfabeto: consiste di dieci piccoli cartelli lisci su ciascuno dei quali è fissata, in carta smerigliata, una delle seguenti cifre: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Questi numeri si fanno ripetutamente toccare nel senso della scrittura, mentre se ne dice il nome: uno, due, tre, ecc. In tal modo risulta impressa nella memoria la forma della cifra in relazione al suo nome e, contemporaneamente, la mano si esercita a riprodurre il segno di ciascuna; cioè, a scriverla.

Il fatto che a ciascuno di questi simboli numerici si possa far corrispondere la quantità totale che esso rappresenta sotto forma di un unico oggetto, così come la cifra ne è l'unico segno, rende chiara e facile l'associazione fra simbolo numerico e quantità. Basta quindi collocare il numero vicino alla corrispondente asta, per memorizzarne rapidamente la relazione.

Dalla serie di aste, disposte in ordine, possono derivare attività di composizione, scomposizione, confronto, ecc.

Si possono effettuare esercizi di spostamento e comparazione, sia con l'intera serie o soltanto con una sua parte, sia con le aste lunghe sia con le corte. Occorre però fare attenzione ad una cosa sola: che tutte le combinazioni avvengano entro la decina, cioè non bisogna superare l'asta maggiore, poiché questo fatto porterebbe con sé complicazioni anziché progresso.

Risulta evidente che ogni volta che si uniscono aste differenti si esegue un'addizione e che ogni qualvolta tale somma viene scomposta, si effettua una sottrazione.

L'interesse è risvegliato per esempio dal fatto di trovare due aste che, unite, formano la lunghezza di un'altra asta maggiore. Per esempio: $4 + 3 = 7$ che, riportate alle loro posizioni primitive, danno :

$$7 - 3 = 4$$

o anche :

$$7 - 4 = 3.$$

Se poi questi primi esercizi si eseguono con l'intero sistema, uno dei più chiari consiste nel formare tutte le composizioni che danno

dieci, collocando l'1 vicino al 9, il 2 vicino all'8, e così via, costruendo cioè le seguenti addizioni:

$$9 + 1 = 10$$

$$8 + 2 = 10$$

$$7 + 3 = 10$$

$$6 + 4 = 10.$$

Immediatamente si vede il limite entro il quale si trovano le possibili combinazioni. Si possono ottenere quattro combinazioni solamente ossia quattro aste del dieci, tutte uguali alla maggiore della serie. Oltre queste quattro combinazioni, rimangono l'asta intera del dieci e quella del cinque.

L'uso di queste aste può interessare un adulto quanto un bambino. Un adulto potrebbe, per esempio, notare che le aste uguali sono in numero di 5, ossia la metà di 10 e in più c'è un'asta: quella del 5. Raggruppando le aste in detta forma, risulta evidente che la somma delle unità rappresentate da tutte le aste è data da:

$$10 \times 5 + 5 = 55$$

cioè che si è trovato un procedimento che facilita molto il calcolo della somma di tutte le unità contenute nella serie. A questo scopo, basta moltiplicare il numero maggiore per la sua metà, per poi aggiungervi detta metà. E' chiaro che questo ci permette di effettuare in modo rapido la somma della serie naturale dei numeri. Chiamando n un numero qualunque, la somma delle unità contenute nei numeri compresi fra 1 e n sarà:

che ci dà la formula algebrica di quanto abbiamo esposto. Infatti in una serie di numeri che aumentano di uno in uno, si possono comporre gruppi tutti uguali al maggiore, con lo stesso procedimento, cioè collocando l'uno accanto al penultimo, il due accanto al terzultimo, il tre al quartultimo, ecc.

Basandosi sempre sullo stesso sistema, si potrebbero fare osservazioni e accertamenti propri di una cultura e di uno sviluppo mentale superiore a quello del bambino. Per questo, tanto gli adulti quanto i bambini, usando lo stesso materiale, possono ottenere risultati differenti.

Infatti, il materiale delle aste rappresenta in modo chiaro e semplice la relazione esistente fra quantità numeriche successive, partendo dall'unità. Questo è un fatto immutabile. Chi cambia è l'uomo nel corso del suo sviluppo, deducendo da fatti identici, conseguenze differenti.

Quanto abbiamo osservato serve a far comprendere come sia indispensabile servirsi di un materiale semplice ed esatto intorno al quale l'intelligenza si possa sviluppare giungendo a nuove scoperte.

Altri principi sono contenuti nella serie delle aste e potranno essere utilizzati in un secondo tempo. Le aste presentano il sistema decimale congiuntamente al sistema metrico decimale, perché l'asta del 10 misura un metro in lunghezza e le unità nelle quali si scompongono le diverse aste ne sono la decima parte, ossia un decimetro. Questi particolari, che non sono ancora accessibili al bambino, *rimangono* nel sistema senza per questo complicarlo ed è evidente che, lo sviluppo mentale e le acquisizioni culturali, sapranno scoprire e utilizzare più tardi ciò che, nella prima infanzia, passò inosservato.

MATERIALE DELLE UNITA' SEPARATE

Abbiamo un secondo materiale che ripete il fatto del contare le unità. relative ai vari gruppi della serie numerica da uno a dieci o, più esattamente, da 0 a 9. In questo caso le unità vengono rappresentate da oggetti separati tutti uguali fra loro e consistenti in piccoli fusi facilmente maneggiabili. Essi, raggruppati mediante nastri, vanno via via costituendo insiemi di maggiore consistenza. Tali gruppi vanno collocati in due casellari, ciascuno dei quali è suddiviso in cinque scompartimenti, contrassegnati da un numero :

0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

L'esercizio consiste nel riunire prima in un unico gruppo tutti i fuselli, per poi collocare in ogni scomparto, contandoli a uno a uno, la quantità corrispondente al numero segnato. Concluso l'esercizio e verificato che non ci siano errori, con un nastro rosso si lega ciascun gruppo di fuselli (vedi fig. 3). Tale esercizio è pressoché una prova delle esperienze avute con le aste; il bambino infatti riconosce il numero e da solo ne raggruppa le unità (di qualunque ordine) necessarie a rappresentarlo. Inoltre, in questo caso, il materiale offre al bambino come punto di partenza i simboli numerici scritti sopra gli spazi dei casellari, invece della quantità, come nel caso delle aste. Qui sono presenti soltanto le cifre e quindi non esiste il 10 che, invece, figurava nella serie delle aste. Questo materiale, infatti, porge all'attenzione del bambino le cifre in se stesse. Esse, come indicazioni concrete, vanno dall'uno al nove. Apre la serie lo zero, che da solo non rappresenta alcuna quantità, come lo prova il fatto che il primo spazio ad esso corrispondente deve rimanere vuoto. Le cifre sono in numero di dieci, anche se i gruppi di fuselli sono soltanto nove.

Abbiamo, infine, un terzo materiale, consistente di dieci cartoncini separati, su ciascuno dei quali è scritta una cifra, ossia:

0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9

e 45 piccoli oggetti separati che potranno essere gettoni colorati o piccoli giocattoli uguali, come bamboline, palline, ecc. L'esercizio consiste nel disporre, in prima luogo, i cartoncini che sono mescolati, secondo il normale ordine di successione e poi, sotto ogni cifra, porre gli oggetti nella quantità corrispondente. Questo esercizio è una riprova complessiva di ciò che si è appreso, cioè, si vede se si conoscono le cifre nella loro successione numerica e le quantità da essi rappresentate.

Per offrire alla capacità del bambino un nuovo concetto, bisogna fargli disporre gli oggetti in fila a due a due : lo si può fare soltanto con i numeri pari, mentre coi dispari ne resta uno spaiato e, in tal modo, i bambini si rendono conto istintivamente della nozione di numero pari e dispari.

Questi tre esercizi ricordano la lezione psicologica dei tre tempi (si veda *La pedagogia scientifica* dello stesso Autore)

Infatti, nel primo tempo si dà la rappresentazione dell'oggetto in se stesso (quantità e simboli numerici). Nel secondo tempo, si domanda qual è la quantità che corrisponde a ciascuna cifra. Nel terzo tempo, si domanda sia la successione dei numeri, sia la quantità ad essi corrispondente.

Con questo, si chiude il periodo preelementare riguardo all'aritmetica. (per maggiori dettagli si veda *La pedagogia scientifica* succitata)